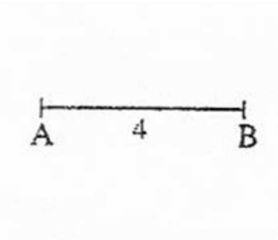
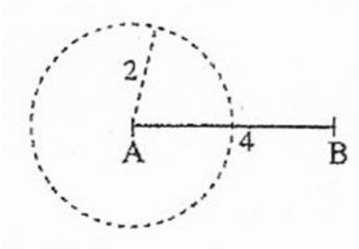
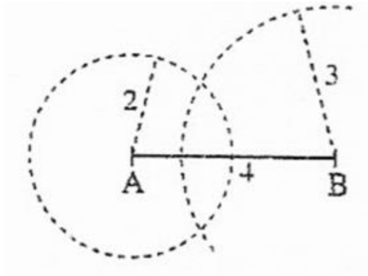
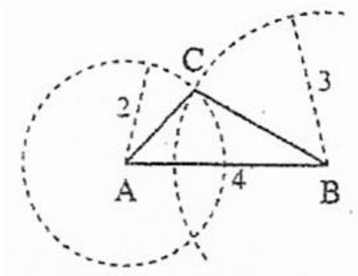
I. CONSTRUCTION DE TRIANGLES

Lorsqu'on doit construire un triangle et que l'énoncé est sous forme de texte, on a intérêt à commencer par faire un dessin à main levée du triangle.

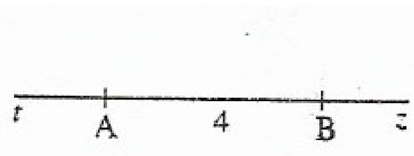
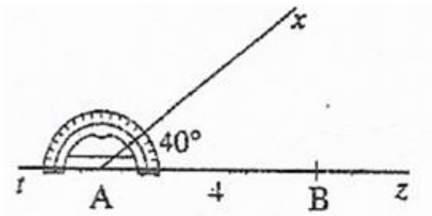
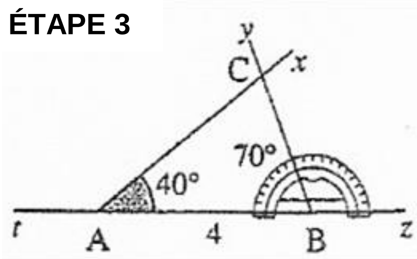
1. Tracé de triangles connaissant les longueurs des trois côtés

- **Exemple** : Tracé d'un triangle ABC tel que AB = 4 cm, BC = 3 cm et AC = 2 cm.

ÉTAPE 1	ÉTAPE 2	ÉTAPE 3	ÉTAPE 4
 On peut commencer par tracer le grand côté [AB]	 On trace le cercle de centre A et de rayon 2 cm.	 On trace le cercle de centre B et de rayon 3 cm	 Les deux cercles se coupent en deux points. On prend pour C un des deux points d'intersection. On place le point C et on trace les côtés [BC] et [AC].

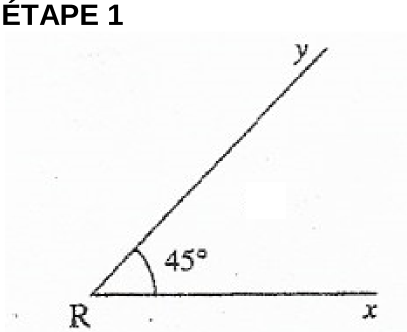
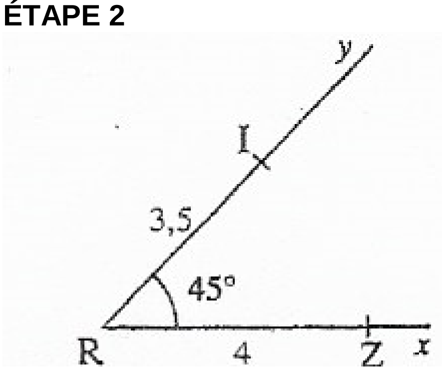
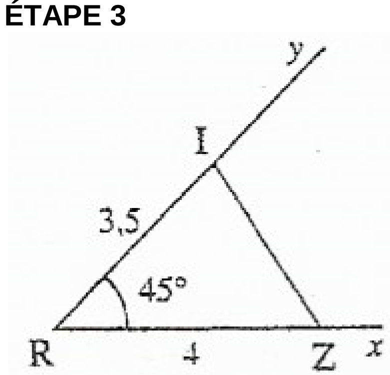
2. Tracé d'un triangle connaissant la longueur d'un côté et les mesures des angles adjacents à ce côté

- **Exemple** : Tracé d'un triangle ABC tel que AB = 4 cm, $\widehat{ABC} = 70°$ et $\widehat{BAC} = 40°$.

ÉTAPE 1	ÉTAPE 2	ÉTAPE 3
 Sur une droite (tz), on trace le segment [AB]	 On trace une demi-droite [Ax) telle que $\widehat{zAx} = 40°$	 On trace une demi-droite [By) telle que $\widehat{yBt} = 70°$ et qui coupe [Ax) . Le point C est le point d'intersection des demi-droites tracées.

3. Tracé d'un triangle connaissant les longueurs de deux côtés et la mesure de l'angle qu'ils déterminent

- **Exemple** : Tracé d'un triangle RIZ tel que RI = 3,5 cm, RZ = 4 cm et $\widehat{ZRI} = 45°$.

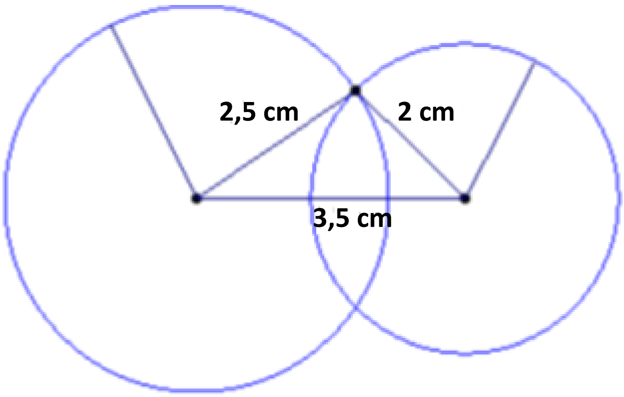
ÉTAPE 1	ÉTAPE 2	ÉTAPE 3
 On trace un angle $\widehat{xRy}$ tel que $\widehat{xRy} = 45°$.	 On place sur [Rx) le point Z tel que RZ = 4 cm puis sur [Ry) le point I tel que RI = 3,5 cm	 On trace le segment [ZI].

II. INÉGALITÉ TRIANGULAIRE

1. Triangles constructibles

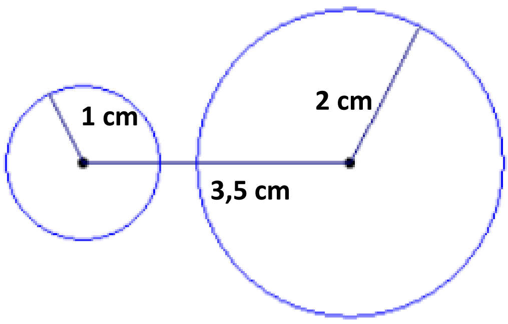
➢ **Exemples :**

- Est-il possible de construire un triangle dont les côtés mesurent 2,5 cm, 2 cm et 3,5 cm ?



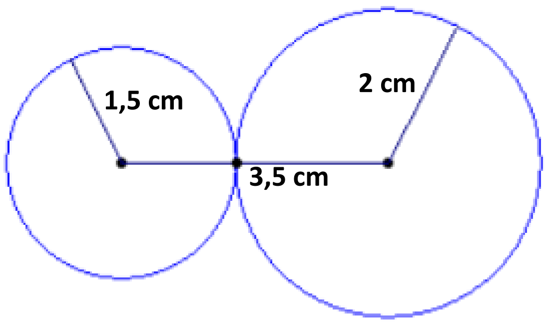
Les deux cercles se coupent en deux points.
Le triangle est constructible.

- Est-il possible de construire un triangle dont les côtés mesurent 1 cm, 2 cm et 3,5 cm ?



Les deux cercles ne se coupent pas.
Le triangle n'est pas constructible.

- Est-il possible de construire un triangle dont les côtés mesurent 1,5 cm, 2 cm et 3,5 cm ?



Les deux cercles se coupent en un seul point.
Le triangle est constructible, mais c'est un triangle aplati.

Règle (admise) :
Pour savoir si l'on peut construire un triangle dont on connaît les longueurs des trois côtés, il suffit de s'assurer que la plus grande longueur est inférieure ou égale à la somme des deux autres.

➢ **Exemples :**

- Est-il possible de construire un triangle dont les côtés mesurent 4 cm, 6 cm et 7 cm ?
  $7 < 4 + 6$, donc il est possible de construire un tel triangle.
- Est-il possible de construire un triangle dont les côtés mesurent 3 cm, 5 cm et 9 cm ?
  $9 > 5 + 3$, donc il n'est pas possible de construire un tel triangle.

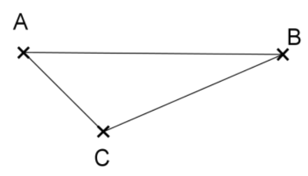
Cas particulier :

Lorsque la plus grande longueur est égale à la somme des deux autres longueurs, on parle de triangle « aplati. »

2. Inégalité triangulaire

- **Propriété (admise)**

A, B et C sont trois points ;
$AB \leq AC + CB$
$AC \leq AB + BC$
$BC \leq BA + AC$



Remarques :

Si $C \in [AB]$, alors $AB = AC + CB$

Si $C \notin [AB]$, alors $AB < AC + CB$

- **Propriété (admise)**

Si $AB = AC + CB$, alors $C \in [AB]$

- **Exemple d'application**

A, B et M sont trois points tels que AB = 6,5 cm
AM = 2,4 cm et MB = 4,1 cm
Les points A, M et B sont- ils alignés ?

Solution

D'une part : AB = 6,5 cm
D'autre part : AM + MB = 2,4 + 4,1 = 6,5 cm
On a AB = AM + MB
Donc M appartient au segment [AB].
Ainsi, les points A, M et B sont alignés.

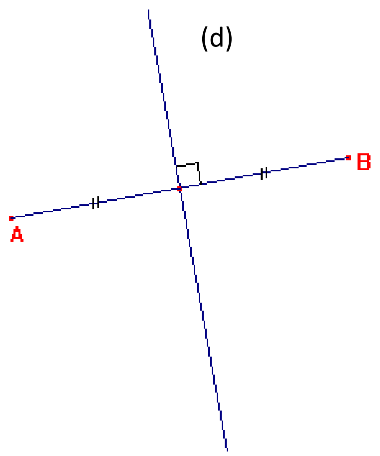
III. MEDIATRICES ET HAUTEURS

1. Médiatrices

- **Définition**

La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment et qui passe par le milieu de ce segment.

- **Exemple**

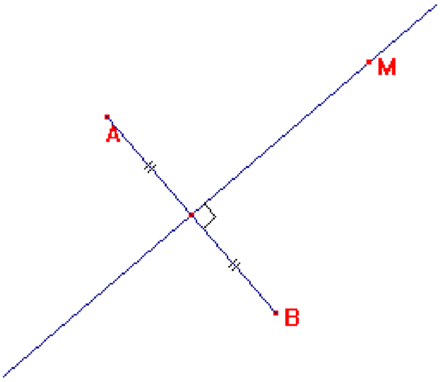


La droite (d) est perpendiculaire à [AB] et passe par le milieu de [AB], donc (d) est la médiatrice de [AB].

- **Propriété (admise)**

Si un point appartient à la médiatrice d'un segment alors il est à égale distance de ses extrémités.

Exemple :



M appartient à la médiatrice de [AB],

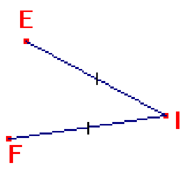
donc d'après la propriété précédente,

MA = MB.

- **Propriété (admise)**

Si un point est à égale distance de deux points, alors il appartient à la médiatrice du segment ayant pour extrémités ces deux points.

Exemple



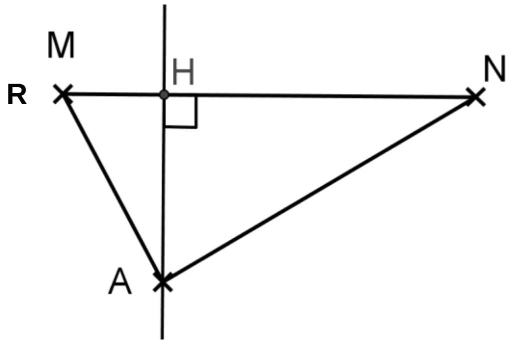
IE = IF,
Donc, d'après la propriété précédente,
I appartient à la médiatrice du segment [EF].

2. Hauteurs

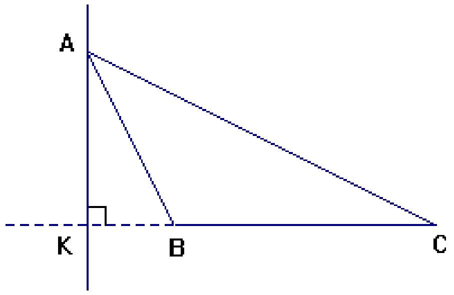
- **Définition**

Dans un triangle, la hauteur issue d'un sommet est la droite qui passe par ce sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.

Exemples



On a : (AH) ⊥ (MN),
donc la droite (AH) est la hauteur issue de A du triangle AMN



On a : (AK) ⊥ (BC),
donc la droite (AK) est la hauteur issue de A du triangle ABC

Remarque :

Le terme hauteur désigne aussi bien la droite (AH), le segment [AH] ou la longueur AH.